

Универзитет у Београду, Физички факултет

Пријемни испит из математике, 28.06.2022.

(група А)

Име и презиме: _____ Број пријаве: _____

Тест се састоји од 20 задатака. Заокружује се један од четири понуђена одговора. Сви задаци носе по 3 поена. Израда теста траје 180 минута.

1. Полупречник круга уписаног у једнакостранични троугао странице a је:

- а) $\frac{2a}{\sqrt{3}}$ б) $\frac{a}{2\sqrt{3}}$ в) $\frac{a}{\sqrt{3}}$ г) $\frac{a}{2}$

2. Колико дијагонала има седмоугао?

- а) 7 б) 14 в) 21 г) 28

3. Вектор \vec{c} је једнак векторском производу $(\vec{a} + 4\vec{b}) \times (2\vec{a} - \vec{b})$. Производ дужина вектора \vec{a} и \vec{b} , који заклапају оштар угао, износи 2. Ако је њихов скаларни производ $\vec{a} \circ \vec{b}$ једнак 1, дужина вектора \vec{c} износи:

- а) $7\sqrt{3}$ б) 9 в) $9\sqrt{3}$ г) 7

4. Дијагонале квадрата $ABCD$, чија је страница дужине a , секу се у тачки O . Скаларни производ вектора \vec{AO} и \vec{BO} , $\vec{AO} \cdot \vec{BO}$, је једнак:

- а) 0 б) $\frac{a^2}{4}$ в) $2a^2$ г) $\frac{a^2}{2}$

5. Вредност израза $\sqrt[3]{x} + \frac{x^2}{256} - \frac{512}{x}$, у скупу реалних бројева, за $x = 64$ је:

- а) 12 б) 20 в) -12 г) -20

6. У скупу реалних бројева вредност израза $(\sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{2 - \sqrt{3}})^4 \cdot (-27)^{-\frac{1}{3}}$ је:

- а) -12 б) 2 в) 12 г) -2

7. Уколико за реалне бројеве a, b, c, d важи $\frac{e^a}{e^b} + e^c = d$ који од тих бројева не може да буде негативан:

- а) a б) b в) c г) d

8. Модуо комплексног броја $\frac{1-5i}{9+9i}$ је:

- а) $\frac{1}{9}$ б) $\frac{\sqrt{13}}{9}$ в) $\frac{\sqrt{13}}{3}$ г) $\frac{5}{9}$

9. Ако је $z = \frac{i-1}{i+1} + 2i$ израчунати вредност израза $\text{Im}(\bar{z} z) + 2\text{Re}\left(\frac{\bar{z}}{z}\right)$ где је са \bar{z} означен број комплексно коњугован броју z :

- а) $2i$ б) -3 в) 2 г) -2

10. Ако је са \bar{z} означен број комплексно коњугован броју z , тада је скуп свих решења једначине $z - \bar{z} + z^2 = -1$ једнак:

- а) $\{1 + i, -1 - i\}$ б) $\{\sqrt{2}(1 + i), -\sqrt{2}(1 + i)\}$
в) $\{2 + 2i, 2 - 2i\}$ г) $\{1 - i\sqrt{2}, 1 + i\sqrt{2}\}$

11. Решење неједначине $\frac{x-1}{x^2+x-6} \geq 0$ је:

- а) $x \in (-3, -1) \cup [2, \infty)$ б) $x \in [-3, -1] \cup [2, \infty)$
в) $x \in (-3, 1] \cup (2, \infty)$ г) $x \in [-3, 1) \cup [2, \infty)$

12. Ако су површине полулопте полупречника R и ваљка полупречника основе R једнаке, колика је висина ваљка?

- а) R б) $3R/2$ в) $3R$ г) $R/2$

13. Производ решења једначине $3x(x-1) - 7 = (x-1)^2 - x$ је:

- а) 6 б) -4 в) 8 г) -9

14. Израчунати $\frac{i^{2022} - i^{1969}}{i^{2012} - i^{1975}}$:

- а) 1 б) -1 в) i г) $-i$

15. Решење једначине $\ln(e^{2x} + 16) = x + \ln(2e^x - 6)$ је:

- а) $\ln(2)$ б) $\ln(8)$ в) нема решења г) $\ln(2)/2$

16. Сва решења једначине $2 \operatorname{tg} x \sin x - \sin^2 x = \cos^2 x + \frac{1}{\cos x}$ која припадају интервалу $[0, 2\pi]$ су:

- а) $0, \frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$ б) $\frac{\pi}{6}, \pi, \frac{7\pi}{6}$ в) $\frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3}$ г) $0, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}$

17. Око правоуглог троугла је описан круг површине $36 \pi \text{ cm}^2$. Један угао троугла је 60° . Колики је обим троугла?

- а) $6(3 + \sqrt{3}) \text{ cm}$ б) $12(3 + \sqrt{3}) \text{ cm}$ в) 24 cm г) 36 cm

18. Природни бројеви m и n нису дељиви са 6, али њихов производ јесте. Колики је онда остатак при дељењу броја $m + n$ са 6?

- а) 0 б) 5 в) 1 г) 1 или 5

19. Ако је $f\left(\frac{x+4}{x-3}\right) = 4x - 5$, колико је $f(2)$:

- а) 35 б) 32 в) 45 г) 16

20. Странице књиге су нумерисане природним бројевима, почев од 1. За нумерацију је укупно употребљено 1542 цифре. Колико страница има књига?

- а) 414 б) 514 в) 550 г) 554